

1.1.4 Messfehler und Messunsicherheit: Definitionen

Sachworte: Messfehler (bekannte, systematische Einflüsse), Messabweichung (synonym zu „Messfehler“), Messunsicherheiten (unbekannte Einflüsse)

Eine Messgröße y berechnet sich aus den Größen U , R und T zu:

$$y = \frac{2 \pi UR}{\sqrt{T}}$$

Berechnen Sie:

- a) den absoluten Messfehler F_{abs} der Messgröße y , verursacht durch systematische absolute Messfehler ΔU , ΔR und ΔT der Größen U , R und T .**

Für bekannte Einflüsse und kleine Änderungen ist im Buch die Formel (1.34) zu finden, mit der sich der absolute Messfehler berechnen lässt.

$$F_{abs} = \sum \frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i = \frac{\partial y}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial y}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial y}{\partial T} \Delta T = 2\pi \left(\frac{R}{\sqrt{T}} \Delta U + \frac{U}{\sqrt{T}} \Delta R - \frac{1}{2} \frac{UR}{T^{3/2}} \Delta T \right) \quad (1)$$

- b) den relativen Messfehler F_{rel} , der durch die systematische relative Messfehler ε_U , ε_R und ε_T verursacht wird.**

Die Rechenregeln für multiplikative Größen sind in Aufgabe 1.1.2 erwähnt und liefern:

$$y = \prod b_i x_i^{a_i} = 2\pi U^1 R^1 T^{-1/2} \quad a_1 = a_U = 1; a_2 = a_R = 1; a_3 = a_T = -1/2 \quad (2)$$

und daraus:

$$F_{rel} = \sum a_i \varepsilon_i = \varepsilon_U + \varepsilon_R - \frac{1}{2} \varepsilon_T \quad (3)$$

- c) die wahrscheinliche absolute 68,3%-Messunsicherheit F_{Wabs} unter der Annahme, dass die Größen U , R und T normalverteilt sind mit den Standardabweichungen s_U , s_R und s_T .**

Für Messunsicherheiten infolge nicht bekannter zufälliger Einflüsse und für kleine Änderungen von U , R und T wird aus dem Buch die Formel (1.71) verwendet.

$$F_{Wabs} = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 s_i^2} \quad (4)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{R}{\sqrt{T}} \right)^2 s_U^2 + \left(\frac{U}{\sqrt{T}} \right)^2 s_R^2 - \left(\frac{1}{2} \frac{UR}{T^{3/2}} \right)^2 s_T^2} = \sqrt{\frac{R^2}{T} s_U^2 + \frac{U^2}{T} s_R^2 - \frac{U^2 R^2}{4T^3} s_T^2}$$

信