

2.2.2 Frequenzkompensierter Spannungsteiler (Tastkopf)

Sachworte: Frequenzkompensierter Spannungsteiler, Tastkopf, Oszilloskop, komplexe Rechnung

Der komplexe Eingangswiderstand \underline{Z}_e vieler Messglieder, z.B. Verstärker, Oszilloskope, lässt sich durch die Parallelschaltung eines Ohmschen Widerstandes R_e und einer Kapazität C_e darstellen. Mit einem Widerstand R_T und einer parallel geschalteten Kapazität C_T nach Bild 1 erzielt man eine Spannungsteilung um den komplexen Faktor $\underline{V} = \underline{U}_T / \underline{U}_e$, der bei entsprechender Dimensionierung reell und frequenzunabhängig wird.

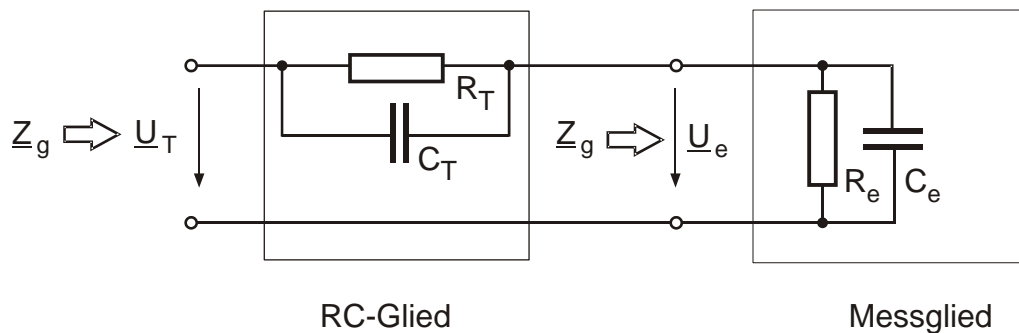


Bild 1

- a) Berechnen Sie allgemein den komplexen Spannungsteilerfaktor $\underline{V} = \underline{U}_T / \underline{U}_e$ als Funktion der Frequenz f .

Der komplexe Widerstand \underline{Z}_T der Parallelschaltung aus R_T und C_T berechnet sich zu

$$\underline{Z}_T = R_T \parallel C_T = \frac{R_T \cdot \frac{1}{j\omega C_T}}{R_T + \frac{1}{j\omega C_T}} = \frac{R_T}{1 + j\omega R_T C_T} = \frac{R_T}{1 + j2\pi f R_T C_T} \quad (1)$$

und analog für die Parallelschaltung aus R_e und C_e :

$$\underline{Z}_e = R_e \parallel C_e = \frac{R_e}{1 + j2\pi f R_e C_e} \quad (2)$$

\underline{Z}_T und \underline{Z}_e bilden für die Eingangsspannung \underline{U}_T einen Spannungsteiler.

$$\underline{V} = \frac{\underline{U}_T}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_e + \underline{Z}_T}{\underline{Z}_e} = 1 + \frac{\underline{Z}_T}{\underline{Z}_e} = 1 + \frac{R_T}{1 + j2\pi f R_T C_T} \cdot \frac{1 + j2\pi f R_e C_e}{R_e}$$

$$\underline{V} = 1 + \frac{R_T}{R_e} \cdot \frac{1 + j2\pi f R_e C_e}{1 + j2\pi f R_T C_T} \quad (3)$$

b) Welche Abgleichbedingung muss für einen frequenzunabhängigen Teilerfaktor \underline{V} erfüllt sein? Wie groß ist dann dieser Teilerfaktor V_0 ?

Das Teilverhältnis \underline{V} nach Gl. (3) wird frequenzunabhängig, wenn der Bruch, der im Zähler und Nenner die frequenzabhängigen Terme enthält, gleich 1 wird. Man spricht dann von einem „kompensierten“ oder „abgeglichenen“ Spannungsteiler.

$$\underline{V} = \frac{\underline{U}_T}{\underline{U}_e} \quad \text{frequenzunabhängig} \Rightarrow 1 + j2\pi f R_e C_e = 1 + j2\pi f R_T C_T,$$

woraus sich die gesuchte Abgleichbedingung ergibt zu:

$$R_e \cdot C_e = R_T \cdot C_T \quad (4)$$

Eingesetzt in Gl. (3) ergibt sich ein reeller Teilerfaktor mit dem Wert

$$\underline{V}_{\text{kompensiert}} = V_0 = \frac{\underline{U}_T}{\underline{U}_e} = 1 + \frac{R_T}{R_e}, \quad (5)$$

woraus sich mit Gl. (4) folgende Dimensionierungen ergeben:

$$R_T = R_e (V_0 - 1) \quad (6)$$

$$C_T = \frac{R_e}{R_T} C_e = \frac{1}{V_0 - 1} C_e \quad (7)$$

c) Wie sind die beiden Komponenten R_T und C_T für einen Abgleich zu wählen, wenn die Zahlenwerte $V_0 = 10$, $R_e = 1 \text{ M}\Omega$ und $C_e = 27 \text{ pF}$ gegeben sind?

Gl. (6) und Gl. (7) liefern:

$$R_T = R_e (V_0 - 1) = 1 \text{ M}\Omega \cdot (10 - 1) = 9 \text{ M}\Omega \quad (8)$$

$$C_T = \frac{C_e}{V_0 - 1} = \frac{27 \text{ pF}}{9} = 3 \text{ pF}. \quad (9)$$

d) Wie groß ist der Eingangswiderstand \underline{Z}_g des abgeglichenen Spannungsteilers?

Mit den Ergebnissen von Gl. (6) und Gl. (7) liefert eine etwas längere komplexe Rechnung den wirksamen Widerstand R_g und die wirksame Kapazität C_g , mit denen ein Messobjekt bei Messungen mit einem abgeglichenen Spannungsteiler belastet werden.

$$\underline{Z}_g(V = V_0) = \frac{R_e V_0}{1 + j2\pi f R_e C_e} \quad (10)$$

Durch Vergleich mit Gl. (1) wird deutlich, dass es sich um die Parallelschaltung eines Widerstandes und einer Kapazität, hier mit R_g und C_g bezeichnet, handelt.

$$\underline{Z}_g(V_0) = \frac{R_e V_0}{1 + j2\pi f R_e V_0 \cdot \frac{C_e}{V_0}} = \frac{R_g}{1 + j2\pi f R_g C_g} = R_g \square C_g \quad (11)$$

$$R_g = V_0 R_e \quad ; \quad C_g = \frac{C_e}{V_0} \quad (12)$$

Wer das Rechnen mit Leitwerten bevorzugt, kommt zu den Ergebnissen von Gl. (12), indem er mit Gl. (10) den komplexen Leitwert \underline{G}_g ansetzt:

$$\underline{G}_g(V_0) = \frac{1}{\underline{Z}_g(V_0)} = \frac{1}{R_e V_0} + j2\pi f \frac{C_e}{V_0} = \frac{1}{R_g} + j2\pi f C_g \quad (13)$$

Gl. (13) stellt die Parallelschaltung eines Widerstandes R_g mit einer Kapazität C_g dar und liefert somit die gleichen Ergebnisse wie Gl. (12):

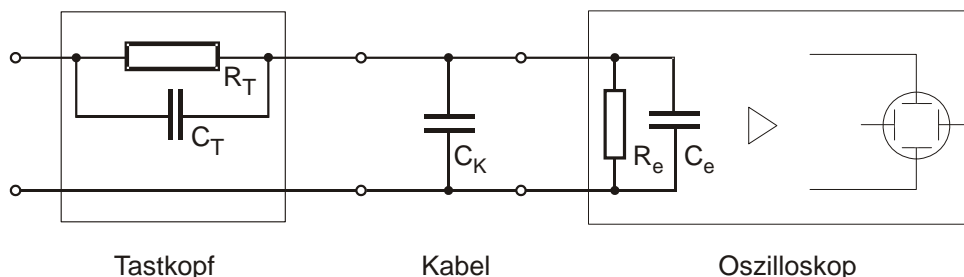
$$R_g = V_0 R_e \quad ; \quad C_g = \frac{C_e}{V_0}$$

Ein abgeglicherer Tastkopf verbessert also die Rückwirkungsfreiheit auf das Messobjekt und schafft so günstigere Messbedingungen. Das Messobjekt wird weniger belastet, statt mit R_e parallel C_e nur noch mit $V_0 \cdot R_e$ parallel C_e / V_0 .

Mit den Zahlenwerten von c): Statt einer Belastung mit $1 \text{ M}\Omega // 27 \text{ pF}$ wirkt nur noch eine Belastung mit $10 \text{ M}\Omega // 2,7 \text{ pF}$.

e) Bei Oszilloskopen werden zur Spannungsteilung sog. Tastköpfe eingesetzt, die über ein integriertes Koaxialkabel an das Gerät angeschlossen werden.

e1) Ergänzen Sie Bild 1 entsprechend, wenn das Anschlusskabel in vereinfacht nur durch eine Parallelkapazität C_K dargestellt wird.



e2) Beantworten Sie nochmals die Fragestellungen der Teilaufgaben b), c) und d) für eine Kabelkapazität $C_K = 173 \text{ pF}$.

Die Kabelkapazität C_K verändert als Parallelschaltung zu C_e , diese Kapazität zu C_e^* :

$$C_e^* = C_e + C_K = 27 \text{ pF} + 173 \text{ pF} = 200 \text{ pF} \quad (14)$$

Da R_T und R_e unverändert bleiben, können die obigen Ergebnisse einfach durch Ersatz von C_e durch C_e^* verwenden.

$$R_e \cdot C_e^* = R_T \cdot C_T \quad \text{Abgleichbedingung}$$

$$\underline{V}_{\text{kompensiert}} = V_0 = \frac{U_T}{\underline{U}_e} = 1 + \frac{R_T}{R_e} \quad \text{bleibt unverändert.}$$

$$R_T = R_e (V_0 - 1) = 9 \text{ M}\Omega \quad \text{bleibt unverändert.}$$

$$C_T = \frac{R_e}{R_T} C_e^* = \frac{1}{V_0 - 1} C_e^* = \frac{1}{V_0 - 1} (C_e + C_K) = \frac{200 \text{ pF}}{9} = 22,2 \text{ pF}$$

$$R_g = R_e V_0 \quad \text{bleibt unverändert.}$$

$$C_g = \frac{C_e^*}{V_0} = \frac{C_e + C_K}{V_0} = \frac{200 \text{ pF}}{10} = 20 \text{ pF} \quad (12)$$

e3) Beschreiben und begründen Sie kurz, wie Sie in der Praxis den Tastkopf eines EO abgleichen.

An den Tastkopf wird eine Rechteckspannung angelegt und C_T solange variiert, bis sich auf dem EO-Schirm ein exakt rechteckförmiger Kurvenverlauf zeigt.

Ein rechteckförmiges Signal weist einen hohen Anteil an Oberwellen auf und stellt somit ein sehr breitbandiges Testsignal dar. Damit lässt sich der Abgleich des Tastkopfes mit einem einfach zu generierenden Rechtecksignal einer einzigen festen Frequenz durchführen.

信