2.3.5 Differenzierverstärker

Sachworte: Messverstärker, Differenzierverstärker

Der Professor hat sich bei der Aufgabe 2.3.4 geirrt. Er wollte keinen Integrierer sondern einen Differenzierer auslegen und untersuchen.

a) Können Sie ihm helfen und analog zur Aufgabe 2.3.4 die korrekte Schaltung zeichnen?

Ja, ich vertausche beim Integrierer einfach die Positionen von R und C (Bild 1).

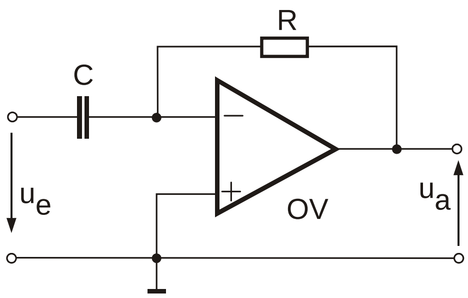

Bild 1

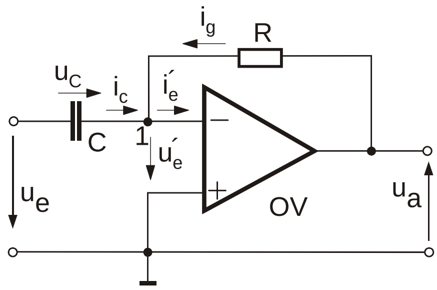

Bild 2

b) Welche zeitliche Beziehung besteht beim Differenzierer zwischen der Eingangsspannung $u_e(t)$ und der Ausgangsspannung $u_a(t)$ abhängig von den Bauelementen R und C?

In Bild 2 sind in der Differenzierschaltung die in der folgenden Rechnung benutzten Ströme und Spannungen eingezeichnet.

Bei einem idealen Operationsverstärker OV werden die Spannung u´e zwischen den beiden Eingangsklemmen und der Eingangsstrom i´e zu Null angenommen.

Damit lautet die Maschengleichung am Eingang des Verstärkers:

$$u_e = u_c \tag{1}$$

Die Gleichung für die Ströme an Knoten 1 liefert:

$$i_c + i_g = 0 \quad \Rightarrow \quad i_g = - i_c \tag{2}$$

Mit der Maschengleichung über den Verstärkerausgang und den Kondensator C

$$u_a + i_g\ R = 0 \quad \Rightarrow \quad u_a = - \quad i_g\ R \tag{3}$$

und der Spannung u_c am Kondensator C

$$u_c = \int_{t_0}^{t} \frac{1}{C} i_c dt + U_0 \quad \Rightarrow \quad i_c = C \frac{du_c}{dt} \tag{4}$$

ergibt sich die Ausgangsspannung $u_a(t)$:

$$u_a(t) = RC \frac{u_e}{dt} = RC \cdot \dot{u}_e \tag{5}$$

c) Wie lautet die Übertragungsfunktion (Frequenzgang) $\underline{G}(j\omega)$ und der Amplitudengang $G(\omega)$ des Differenzierers?

Analog zum Integrierer wird vom allgemeinen Fall eines Invertierers ausgegangen mit den komplexen Widerständen $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$ (Bild 3).

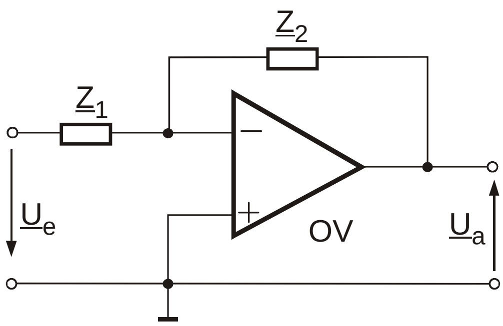

Bild 3

Die komplexe Übersetzung $\underline{U}_a / \underline{U}_e$, die gleich der Übertragungsfunktion $\underline{G}(j\omega)$ ist, lautet:

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \tag{6}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C} \quad ; \quad \underline{Z}_2 = R \tag{7}$$

Damit lautet die Übertragungsfunktion $\underline{G}(j\omega)$ des Differenzierers:

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = j\omega RC \tag{8}$$

Mit der Grenzfrequenz $\omega_g = 1/RC$ bzw. $f_g = 1/2\pi RC$ lautet der Amplitudengang:

$$G = \left| \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} \right| = \sqrt{(\Im m)^2 + (\Re e)^2} = \sqrt{(\omega RC)^2 + (0)^2}$$

$$G = \omega RC = \omega / \omega_g = f / f_g \tag{9}$$

d) Zeichnen und vergleichen Sie die Amplitudengänge G eines Differenzierers und einer Hochpassschaltung, wenn die Bauelemente R und C in beiden Schaltungen gleich dimensioniert sind.

In Aufgabe 1.2.2 wurde der Amplitudengang einer RC-Hochpass-Schaltung berechnet.

$$G_{HP}(f) = \frac{2\pi fRC}{\sqrt{1+(2\pi fRC)^2}} = \frac{f/f_g}{\sqrt{1+(f/f_g)^2}} \qquad (10)$$

Für niedrige Frequenzen $f << f_g$ ergibt sich nach Gl. (11) näherungsweise ein mit der Frequenz ansteigender Verlauf, der dem eines Differenzierers Gl. (8) entspricht.

$$G_{HP}(f) \approx f/f_g \qquad (11)$$

In Bild 4 sind die Amplitudengänge des Differenzierers und des Hochpasses mit jeweils der gleichen Grenzfrequenz $f_g = 1$ Hz der Aufgabe 1.2.2 eingetragen. ($R = 0{,}16\ M\Omega$ und $C = 1\ \mu F$ entsprechend $f_g = 1/2\pi RC = 1$ Hz).

Für Frequenzen $f << 1$ Hz sind die Kurven des Differenzierers und des Hochpasses identisch, der Hochpass wirkt differenzierend.

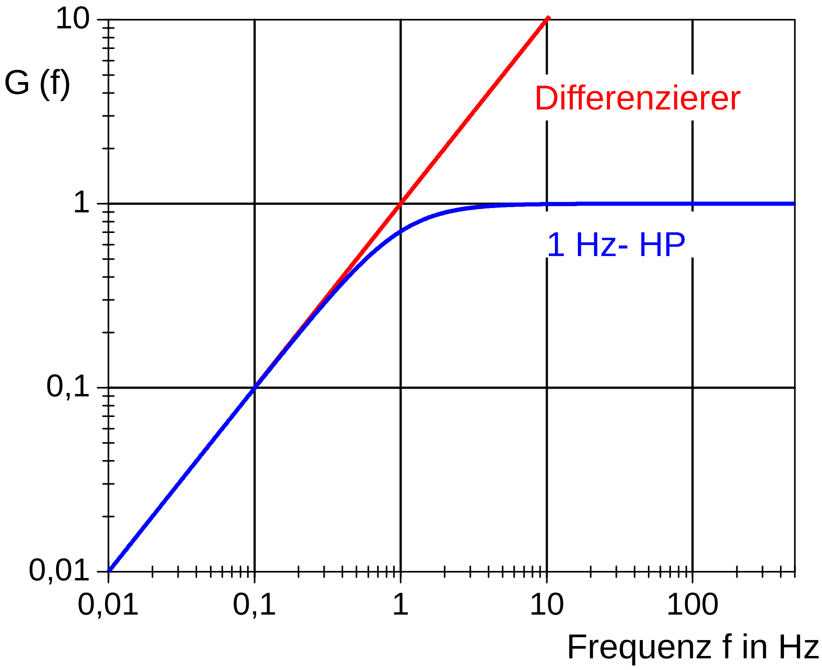

Bild 4 Amplitudengang von Differenzierer und RC-Hochpass