2.4.2 Temperaturmessung mit Thermoelement und Kompensationsdose

Sachworte: Temperaturmessung, Thermoelement, Kompensationsdose

Die Messung einer Celsius-Temperatur ϑ_m mit einem Thermoelement erfordert entweder ein Konstanthalten der Vergleichsstellentemperatur ϑ_V oder eine entsprechende Korrekturschaltung wie z.B. die in Bild 1 gezeichnete sog. Kompensationsdose.

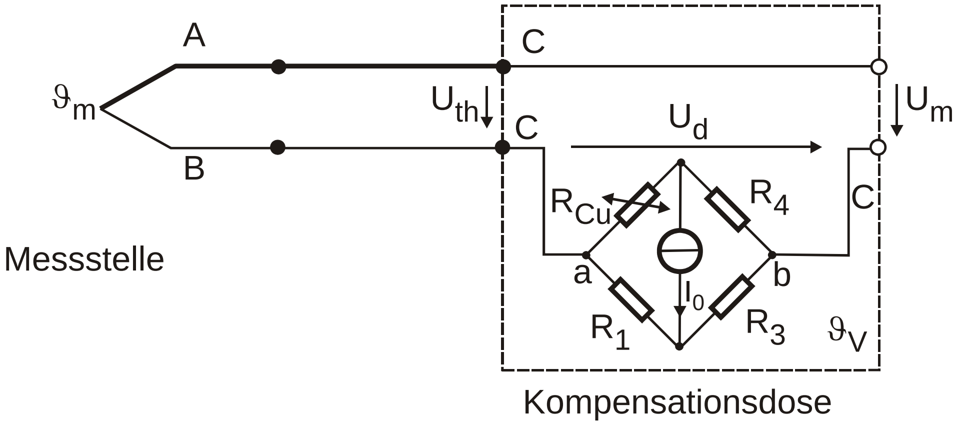

Bild 1

In Serie zur Thermoelementspannung U_{th} liegt die Brückendiagonalspannung U_d, die sich mit der Vergleichsstellentemperatur ϑ_V ändert. ϑ_V wird mit einem zusätzlichen Sensor R_{Cu} erfasst. U_d wird als Korrekturspannung zur Thermoelementspannung U_{th} addiert und ergibt die Messspannung U_m. Bei entsprechender Dimensionierung der Brücke ist die Messspannung U_m weitgehend unabhängig von Änderungen der Vergleichsstellentemperatur ϑ_V.

Die mit dem Strom I_0 gespeiste Brücke besteht aus 3 Widerständen R_1, R_3, R_4 und einem temperaturabhängigen Sensorwiderstand R_{Cu}. U_d ändert sich infolge des temperaturabhängigen Widerstandes R_{Cu}. Im sog. Arbeitspunkt ϑ_{V0} ist die Brücke abgeglichen, d.h. $U_d = 0$ V.

Gegeben sind die folgenden Größen:

Empfindlichkeit der Thermoelemente:	$k_{AB} = 5{,}4$ mV/100 K = 5,4 mV/100 ^{0}C
temperaturunabhängige Widerstände:	$R_1 = R_3 = R_4 = R = 0{,}5\ \Omega$
Abgleichtemperatur:	$\vartheta_{V0} = 20$ °C
Temperaturkoeffizient des temperaturabhängigen Sensorwiderstandes R_{Cu}:	$\alpha = 4\cdot10^{-3}\ K^{-1} = 4\cdot10^{-3}\ °C^{-1}$

In Bild 1 ist die Brücke vielleicht etwas ungewohnt gezeichnet mit der Speisestromquelle I_0 innen und der Diagonalspannung außen. Wem es hilft, der könnte Bild 1 auch in Bild 2 umzeichnen.

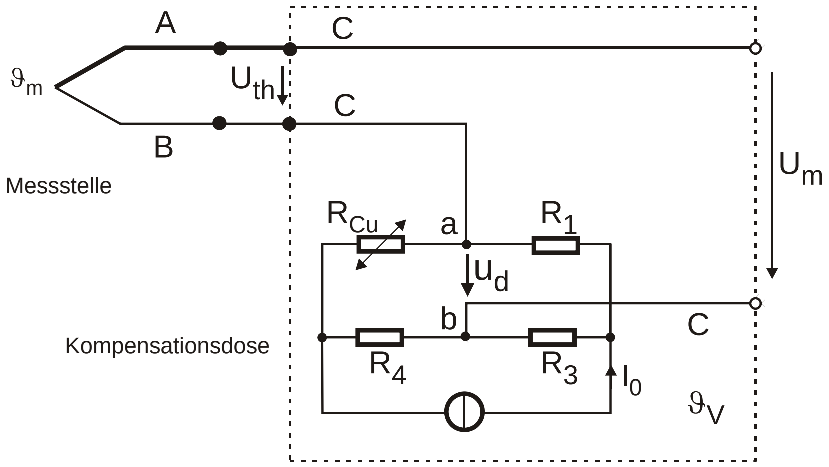

Bild 2

Bild 1 in anderer Darstellung

a) Wie groß ist die Thermospannung U_{th}?

Die Maschengleichung über den Thermokreis mit den Materialien C-A-B-C liefert:

$$\begin{aligned} U_{th} &= k_{CA}T_V + k_{AB}T_m + k_{BC}T_V \\ &= k_{AB}T_m + (k_{CA} + k_{BC})T_V \end{aligned} \qquad (1a)$$

Beachten Sie, dass T_V und T_m in der Gl. (1a) absolute Temperaturen darstellen.

Nachdem die Thermoempfindlichkeiten k_{CA} und k_{BC} nicht gegeben sind, wird Gl. (1a) mit den folgenden Beziehungen umgeformt

$$k_{CA} = -k_{AC} \quad k_{BC} - k_{AC} = k_{BA} = -k_{AB} \qquad (1b)$$

$$U_{th} = k_{AB}(T_m - T_V) \qquad (1c)$$

$$U_{th} = k_{AB}(\vartheta_m - \vartheta_V) \qquad (1d)$$

Erst durch der Differenzbildung T_m - T_V in Gl. (1c) ergibt sich aus der Beziehung zwischen den Absoluttemperaturen T_m und T_V die gesuchte Beziehung ϑ_m - ϑ_V zwischen den Celsiustemperaturen ϑ_m und ϑ_V nach Gl. (1d).

b) Wie verändert sich der temperaturabhängige Widerstand R_{Cu} mit der Temperatur ϑ_V? Für den Sensorwiderstand R_{Cu} kann angenähert eine lineare Kennlinie angenommen werden.

Wird der quadratische Term der nichtlinearen Sensorkennlinie

$$R_{Cu} = R_{20}(1 + \alpha(\vartheta_V - 20°C) + \beta(\vartheta_V - 20°C)^2)$$

vernachlässigt, ergibt sich eine lineare Sensorkennlinie (Kapitel 3.6.1 des Buches). Der Sensorwiderstand ändert sich proportional zur Sensortemperatur ϑ_V.

$$\begin{aligned} R_{Cu} &= R_{20}(1 + \alpha(\vartheta_V - 20°C)) \\ R_{Cu} &= R_{20} + \Delta R_{Cu} \quad \Rightarrow \quad \Delta R_{Cu} = R_{20}\alpha(\vartheta_V - 20°C) \end{aligned} \qquad (2)$$

c) Wie groß ist die Diagonalspannung U_d?

Im Buch gibt Gl 3.23 die Diagonalspannung der stromgespeisten Brücke an.

$$U_d = I_0 \frac{R_2R_3 - R_1R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

Mit den gegebenen Werten $R_1 = R_3 = R_4 = R$ und $R_2 = R_{cu}$ ergibt sich U_d zu:

$$U_d = I_0 \frac{R_{Cu}R - RR}{R_{Cu} + 3R} \tag{3}$$

d) Wie muss der Widerstand R_{Cu} zahlenmäßig in Ω dimensioniert werden, damit die Brücke bei ϑ_V = 20 °C abgeglichen ist?

Beim Brückenabgleich ist $U_d = 0$ V. Das ist nach dem Buch Gl. (3.23) der Fall für:

$$R_2R_3 = R_1R_4 \tag{4}$$

Entsprechend ist für $R_1 = R_3 = R_4 = R$ und $R_2 = R_{cu}$:

$$R_{Cu}R = R^2$$

Damit ergibt sich die einfache Dimensionierungsvorschrift:

$$R_{Cu} = R$$

R_{Cu} ist damit so auszulegen, dass er bei 20 °C den Wert 0,5 Ω annimmt.

$$R_{Cu} = R_{20} = 0{,}5\Omega \tag{5}$$

e) Wie groß ist die Diagonalspannung U_d in Abhängigkeit von ϑ_V, I_0, R und α?

Aus Gl. (3) folgt mit

$$R_{Cu} = R_{20}(1 + \alpha(\vartheta_V - 20°C))$$

die Brückendiagonalspannung zu:

$$U_d = I_0 \frac{R_{Cu}R - RR}{R_{Cu} + 3R} = I_0 \frac{\left(R(1+\alpha(\vartheta - 20°C)\right)R - RR}{\left(R(1+\alpha(\vartheta - 20°C)\right) + 3R}$$

$$U_d = I_0 R \frac{\alpha(\vartheta_V - 20^O C)}{4 + \alpha(\vartheta_V - 20^O C)} \tag{6}$$

Nach Gl. (6) ist die Brücke für $\vartheta_V = 20\,^0$C, wie in d) gefordert, abgeglichen mit $U_d = 0$ V.

f) Linearisieren Sie den Ausdruck für U_d um den Arbeitspunkt ϑ_{V0} = 20 °C.

Wendet man die Gl. (1.23) des Buches auf vorstehendes Problem an, so ergibt sich:

$$U_d(\vartheta_V) = U_d(20^0\,C + \Delta\vartheta) = U_d\Big|_{20^0\,C} + \frac{dU_d}{d\vartheta_V}\Big|_{20^0\,C}\,\Delta\vartheta. \qquad (7)$$

Gl (5) muss also zunächst entsprechend der folgenden Regel differenziert werden:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\frac{U_d}{d\vartheta_V} = I_0 R \frac{\alpha\left(4+\alpha(\vartheta_V - 20^O\,C)\right) - \left(\alpha(\vartheta_V - 20^O\,C)\right)}{\left(4+\alpha(\vartheta_V - 20^O\,C)\right)^2} = I_0 R \frac{4\alpha}{\left(4+\alpha(\vartheta_V - 20^O\,C)\right)^2}$$

$$\frac{U_d}{d\vartheta_V} = I_0 R \frac{\alpha}{4} \quad \text{für } \vartheta_V = \vartheta_{V0} = 20^O\,C \qquad (8)$$

In Gl. (7) eingesetzt lautet das Ergebnis:

$$U_d(\vartheta_V) = U_d(20^0\,C + \Delta\vartheta) = 0 + I_0 R \frac{\alpha}{4}\Delta\vartheta = I_0 R \frac{\alpha}{4}(\vartheta_V - 20^0\,C) \qquad (9)$$

g) Wie groß muss der Brückenspeisestrom I_0 gewählt werden, damit kleine Änderungen von ϑ_V die Messspannung U_m nicht beeinflussen?

Die Messspannung U_m ist die Summe von U_{th} und U_d. Aus Gl. (1d) und Gl. (9) folgt:

$$U_m = U_{th} + U_d = k_{AB}\left(\vartheta_m - \vartheta_V\right) + \frac{1}{4} I_0 R\alpha\left(\vartheta_V - \vartheta_{V0}\right) \qquad (10)$$

Soll U_m soll unabhängig von ϑ_V sein, müssen sich die von ϑ_V abhängigen Terme in (10) gegenseitig aufheben.

$$-k_{AB} + I_0 R \frac{\alpha}{4} = 0 \qquad (11)$$

Damit errechnet sich I_0 zu

$$I_0 = \frac{4\,k_{AB}}{\alpha R} = \frac{4\cdot 54\,\mu V\,K^{-1}}{0{,}5\Omega\cdot 4\cdot 10^{-3}\,K^{-1}} = 108\,mA \qquad (12)$$

h) Wie lautet mit der gefundenen Dimensionierung der Zusammenhang zwischen der Messspannung U_m und der Messstellentemperatur ϑ_m allgemein in Abhängigkeit von k_{AB} und ϑ_{V0} sowie zahlenmäßig?

Gl. (11) in Gl. (10) eingesetzt ergibt für den Bereich um $\vartheta_{V0} =$ 20 °C den linearisierten Zusammenhang zwischen der Messspannung U_m und der zu messenden Temperatur ϑ_m .

$$U_m = k_{AB}(\vartheta_m - \vartheta_{V0}) \quad \Rightarrow \quad U_m = 54(\vartheta_m /^o\,C - 20)\,\mu V \qquad (13)$$