5.4 Vergleich zwischen Frequenz- und Periodendauermessung

Sachworte: digitale Frequenzmessung, digitale Periodendauermessung, Quantisierungsfehler, Messzeit

Dargestellt ist das vereinfachte Blockschaltbild eines digitalen Universalzählers zur Messung der unbekannten Frequenz f_x. Mit einem Schalter sind in der Stellung "a" die Betriebsart "FM" Frequenzmessung und in Stellung "b" die Betriebsart "PM" Periodendauermessung einstellbar.

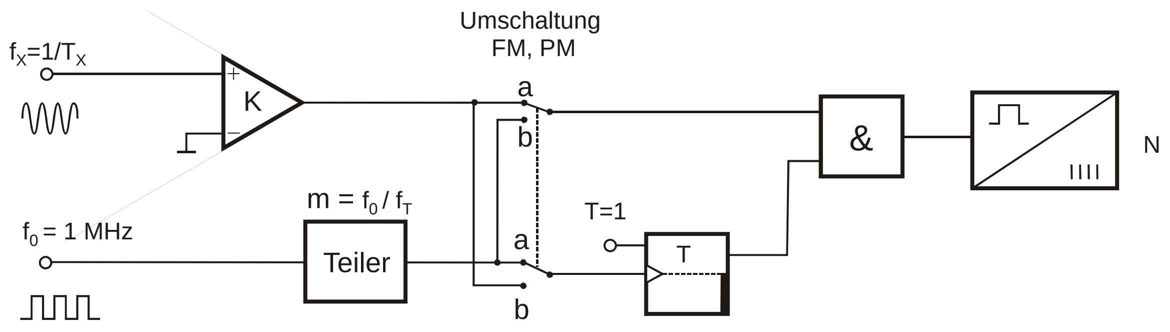

Bild 1

a) Zeichnen Sie anhand des Schaltbildes von Bild 1 für jede der beiden Betriebsarten ein separates Blockschaltbild ohne Umschalter.

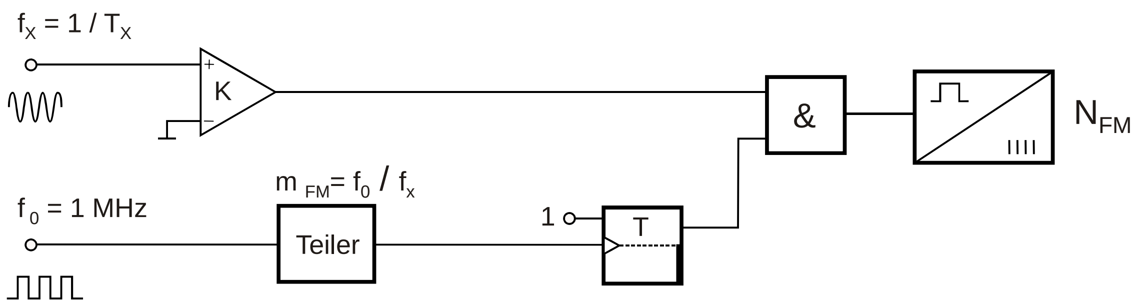

Bild 2: Frequenzmessung (Schalterstellung a)

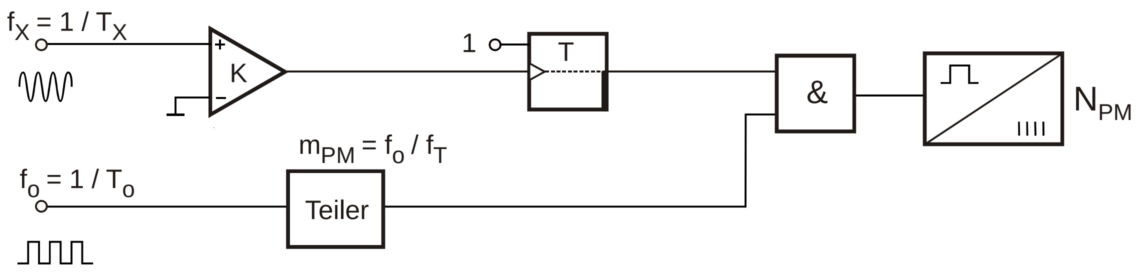

Bild 3: Periodendauermessung (Schalterstellung b)

b) Ermitteln Sie für beide Betriebsarten die unbekannte Frequenz f_x, abhängig vom Teilerverhältnis m, der Normalfrequenz f_0 und der Anzeige N.

Frequenzmessung:

Der Frequenzteiler setzt die Normalfrequenz f_0 auf f_0 /m herab. Dementsprechend steigt die Periodendauer von T_0 auf $m_{FM}\cdot T_0$. Für diese Zeit öffnet das T-Flipflop das UND-Gatter. Die einlaufenden Impulse werden gezählt.

Der Zählerstand N_{FM} ergibt sich zu:

$$N_{FM} = \frac{m_{FM} T_0}{T_x} = f_x m_{FM} T_0 = \frac{m_{FM}\, f_x}{f_0} \tag{1}$$

$$f_x = N_{FM}\,\frac{f_0}{m_{FM}} \tag{2}$$

Periodendauermessung:

Das T-FF öffnet das UND-Gatter für genau eine Periode T_x. Während dieser Zeit wird die Normalfrequenz f_o / m gezählt.

Der Zählerstand N_p ergibt sich zu:

$$N_{PM} = \frac{T_x}{m_{PM} T_o} = \frac{f_o}{m_{PM}} T_x = \frac{f_o}{m_{PM}}\frac{1}{f_x} \tag{3}$$

$$f_x = \frac{1}{N_{PM}}\frac{f_o}{m_{PM}} \tag{4}$$

c) Geben Sie für die beiden Messverfahren den relativen Quantisierungsfehler ΔN/N in Abhängigkeit von f_x an.

Der absolute Quantisierungsfehler ist $\Delta N = \pm 1$.

Der relative Quantisierungsfehler ist $\pm \Delta N/N$.

Für die Frequenzmessung ergibt sich:

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_{FM} = \pm\frac{1}{N_{FM}} = \pm\frac{f_o}{m_{FM}\; f_x} \tag{5}$$

Für die Periodendauermessung ergibt sich:

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_{PM} = \pm\frac{1}{N_{PM}} = \pm\frac{m_{PM}\; f_x}{f_o} \tag{6}$$

d) Bei welcher Frequenz $f_=$ sind die beiden relativen Quantisierungsfehler betragsmäßig gleich groß?

Aus Gl. (5) und Gl. (6) folgt:

$$\frac{f_0}{m_{FM}\ f_=} = \frac{m_{PM}\ f_=}{f_0} \quad \Rightarrow \quad f_=^{\,2} = \frac{f_0^{\,2}}{m_{FM}\, m_{PM}} \qquad \text{und somit}: \ f_= = \frac{f_0}{\sqrt{m_{FM}\, m_{PM}}} \qquad (7)$$

Bei $f_x < f_=$ ist die Periodendauermessung, bei $f_x > f_=$ ist die Frequenzmessung vorteilhaft.

e) Der Teilerfaktor m ist zwischen 10^2 und 10^7 einstellbar. Wählen Sie dessen Wert für jede Messart so, dass der relative Quantisierungsfehler möglichst gering wird.

<u>Frequenzmessung:</u> Um große Zählerstände N_{FM} und damit kleine Quantisierungsfehler $\Delta N/N$ zu erhalten, ist möglichst lange zu zählen. Die Torzeit soll groß sein. Das ist gemäß Gl. (1) bei möglichst großem Teilerfaktor m_{FM} der Fall:

Aus Gl. (5) folgt:

$$\left|\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_{FM}\right|_{min} = \left(\frac{f_o}{m_{FM}\ f_x}\right)_{min} = \left(\frac{f_o}{10^7\ f_x}\right)_{min} \quad \Rightarrow \quad m_{FM} = m_{max} = 10^7 \qquad (8)$$

<u>Periodendauermessung:</u> Der maximale Zählerstand N_{PM} ergibt sich bei der höchsten Zählfrequenz f_0 / m_{PM}. Der Teilerfaktor m_{PM} soll also möglichst klein sein.

Aus Gl. (6) folgt:

$$\left|\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_{PM}\right|_{min} = \left(\frac{m_{PM}\ f_x}{f_o}\right)_{min} = \left(\frac{10^2\ f_x}{f_o}\right)_{min} \quad \Rightarrow \quad m_{PM} = m_{min} = 10^2 \qquad (9)$$

<u>Nachfolgend gelten die Werte:</u> f_0 = 1 MHz, $m_{FM} = 10^7$ und $m_{PM} = 10^2$.

f) Wie groß ist die Frequenz $f_=$ in Hz?

Bei gleichen Werten $(\Delta N/N)_{FM} = (\Delta N/N)_{PM}$ folgt aus Gl. (5) und Gl. (6):

$$\frac{f_0}{m_{FM}\ f_=} = \frac{m_{PM}\ f_=}{f_0} \quad \Rightarrow \quad f_=^{\,2} = \frac{f_0}{m_{PM} \cdot m_{FM}} \quad \Rightarrow \quad f_= = \frac{f_0}{\sqrt{m_{PM} \cdot m_{FM}}}$$

$$f_= = \frac{10^6}{\sqrt{10^2 \cdot 10^7}}\,Hz = 31{,}6\,Hz \qquad (10)$$

g) Geben Sie die Ergebnisse von Punkt c) in der Form ΔN / N = g(f_x / Hz) an.

Mit den gegebenen Zahlenwerten für f_o und m ergibt sich aus Gl. (5) nach einer geringfügigen Umformung für die Frequenzmessung

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_{FM} = \pm\frac{f_o}{m_{FM}\ f_x} = \pm\frac{1\ MHz}{10^7\ f_x} = \pm\frac{0{,}1}{\frac{f_x}{Hz}} \qquad (11)$$

und aus Gl. (6) für die Periodendauermessung:

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_{PM} = \pm\frac{m_{PM}\ f_x}{f_o} = \pm\frac{10^2}{1\ MHz}\ f_x = \pm 10^{-4}\ \frac{f_x}{Hz} \qquad (12)$$

In Gl. (11) und (12) wird mit der auf die Einheit Hz bezogenen Messgröße f_x und so mit reinen Zahlenwerten gerechnet ist. Diese Methode ist bei der zahlenmäßigen Auswertung von Formeln vorteilhaft und empfehlenswert. Die Erfahrung zeigt, dass das korrekte zahlenmäßige Rechnen mit Messgrößen häufig vernachlässigt wird.

h) Stellen Sie für beide Betriebsarten betragsmäßig die relativen Quantisierungsfehler $(\Delta N/N)_{FM}$ und $(\Delta N/N)_{PM}$ in Abhängigkeit von f_x in einem gemeinsamen Diagramm mit doppelt linearem Maßstab dar. (f_x = 0 Hz …100 Hz)

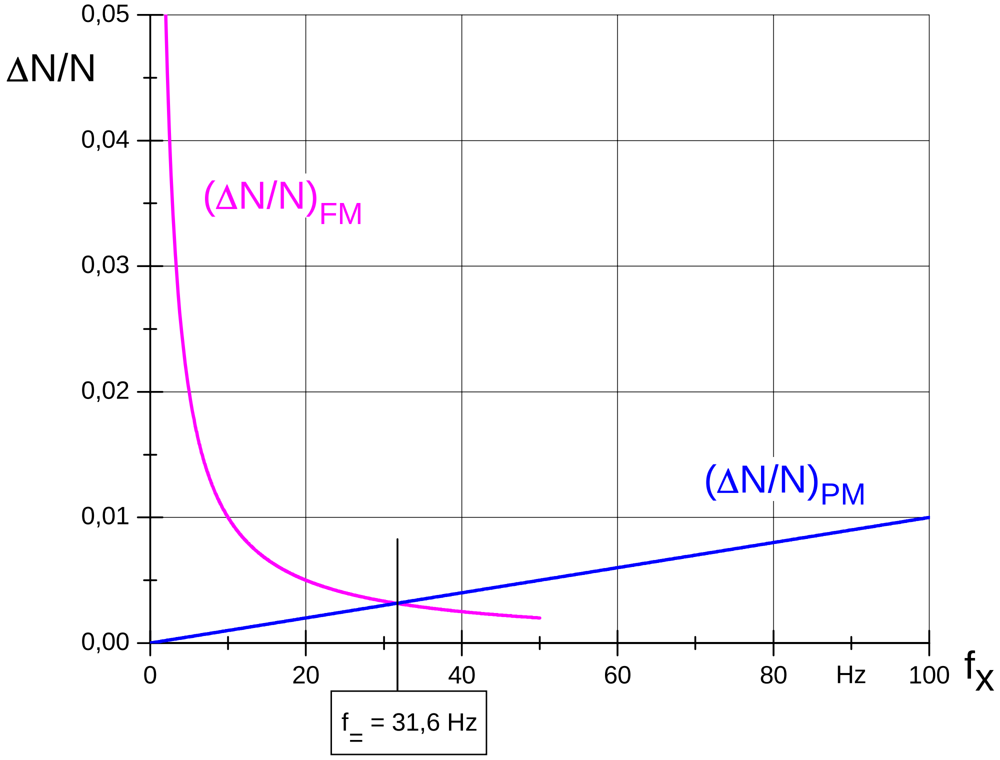

Bild 4

i) Wie groß ist die Messzeit T_{FM} bei der Frequenzmessung und wie groß ist die Messzeit T_{PM} bei der Periodendauermessung?

Frequenzmessung:

Der Frequenzteiler setzt die Normalfrequenz f_0 auf f_0/m_{FM} herab (Bild 2). Dementsprechend öffnet das T-Flipflop für das m_{FM}-fache der Periodendauer $T_0 = 1/f_0$ das UND-Gatter. Die Messzeit T_{FM} ist also konstant und unabhängig von der Größe der zu messenden Frequenz f_x.

$$T_{FM} = m_{FM}\, T_0 = 10^7 \cdot 10^{-6}\, s = 10s \tag{13}$$

Periodendauermessung: *Während der Messzeit T_{PM}, die allein durch die Periodendauer $T_x = 1/f_x$ des zu messenden Signals bestimmt wird, ist das UND-Gatter geöffnet. Während dieser Zeit werden die Impulse gezählt. Die Zeit T_{PM} hängt also weder von f_0, T_0 und m_{PM} sondern nur von der zu messenden Frequenz f_x ab.*

$$T_{PM} = T_x = \frac{1}{f_x} \tag{14}$$

j) Stellen Sie die Messzeiten T_{FM} und T_{PM} in Abhängigkeit von f_x in einem Diagramm mit doppelt logarithmischem Maßstab dar. (f_x = 0,03 Hz bis 100 Hz)

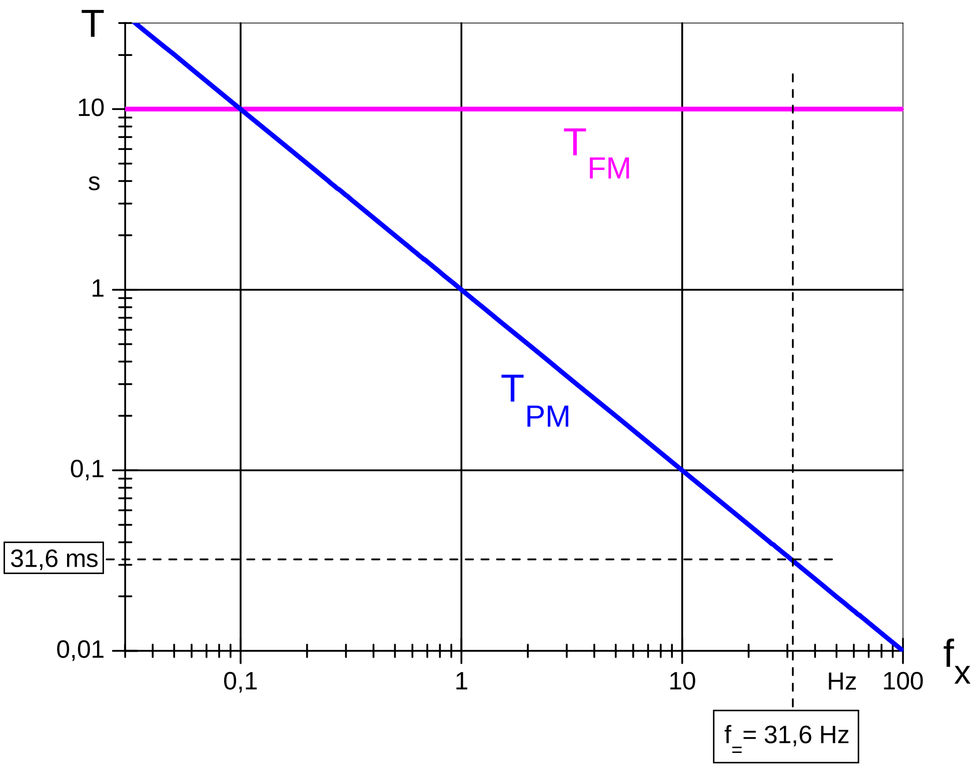

Bild 5

Die Messzeiten der beiden Messmethoden unterscheiden sich erheblich. Nach Gl. (13) ist die Messzeit der Frequenzmessung unabhängig von der zu bestimmenden Frequenz und damit konstant. Bei der Periodendauermessung dagegen besteht nach Gl. (14) ein hyperbolischer $1/f_x$*-Zusammenhang zwischen Messzeit und der zu messenden Frequenz. Die Messzeit ist nämlich gleich der Periodendauer der zu messenden Frequenz, d.h. je kleiner die Frequenz desto länger die Messzeit.*

Bei gleich großen relativen Quantisierungsfehlern, d.h. bei der Frequenz $f_x = f_= = 31{,}6\ Hz$ *nach Gl. (10), ergeben sich die folgenden Messzeiten:*

$$nach\ Gl.(13): \quad T_{FM} = 10 s$$

$$nach\ Gl.(14): \quad T_{PM} = \frac{1}{f_x} = \frac{1}{31{,}6\ Hz} = 31{,}65\ ms$$

$$\Rightarrow \quad T_{FM} = 316\ T_{PM}$$

Bei der Frequenzmessung muss also bei gleichem Messfehler viel länger gemessen werden als bei der Periodendauermessung.

Wie die Diagrammen der Bilder 4 und 5 zeigen, hat der Messtechniker zwischen der Forderung nach kurzen Messzeiten und der Forderung nach geringen Fehlern abzuwägen.

Bewusst wurde in Bild 5 ein doppelt logarithmischer Maßstab gewählt, um für einen möglichst großen Frequenzbereich eine aussagekräftige Graphik zu erhalten. Der Leser mag sich an hand eines selbst erstellten doppelt linearen Diagramms diese Aussage beurteilen.