5.6 Digitale Geschwindigkeitsmessung

Sachworte: Digitale Geschwindigkeitsmessung, T-FlipFlop, Quantisierungsfehler

Ein inkrementaler Glasmaßstab mit Markierungen im Abstand von d bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v. Eine optische Abtastung liefert Impulse $u_x(t)$, die nach einer analogen Komparatorstufe als Rechteckimpulse $u_1(t)$ mit den logischen Pegeln "0" und "1" bei unveränderter Frequenz f_x zur Verfügung stehen.

Die Geschwindigkeit v des Glasstabes soll nach dem Prinzip der Frequenzmessung bestimmt und auf einem Zähler als Zählerstand N angezeigt werden.

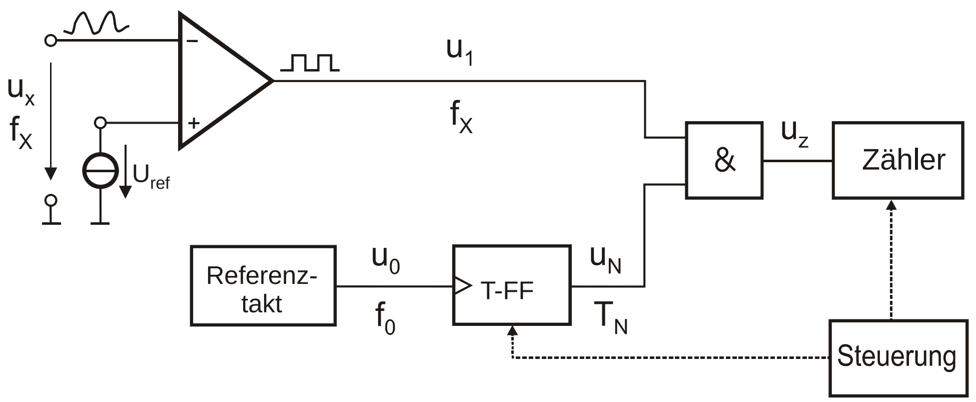


Bild 1

a) Skizzieren Sie für eine konstante Geschwindigkeit v einen möglichen Spannungsverlauf von $u_0(t)$, $u_N(t)$ und $u_z(t)$ für einen vollständigen Messzyklus, der zu einem Zählerstand N = 8 führt.

Das T-FlipFlop wird im Kapitel 5.3.5 des Buches behandelt. Bei jeder aktiven (hier positiven) Flanke ändert ein T-FF den Zustand seines Ausganges und liefert damit als Ausgangssignal ein symmetrisches Rechteck mit der halben Frequenz des Referenzsignals $u_0(t)$.

Damit beträgt die Periodendauer von $u_N(t)$, die gleich der Toröffnungszeit des UND-Gatters und damit gleich der Messzeit ist.

$T_N = 1 / f_0$.

Änderungen der Impulsdauer (Dauer der Zustandes mit log. „1“) des Referenzsignals bleiben ohne Wirkung auf die Messzeit und damit auf das Messergebnis.

In Bild 2 sind die Signalverläufe eingezeichnet. Für den geforderten Zählerstand von N = 8 müssen während der Messzeit T_N insgesamt 8 Impulse das Tor (UND-Gatter) passieren.

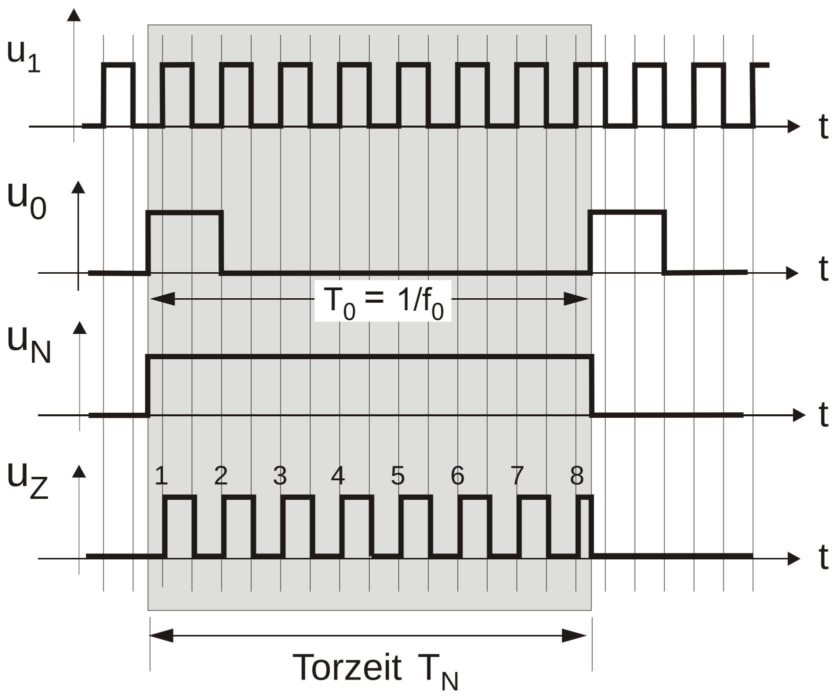
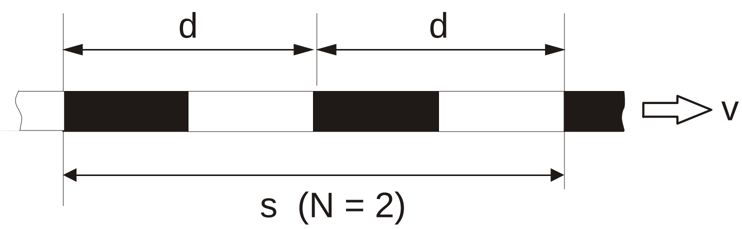


Bild 2

b) Zeigen Sie durch Rechnung den Zusammenhang zwischen der Frequenz f_x der Geschwindigkeit v und dem Markenabstand d.



s: zurückgelegter Weg

N: Zahl der im Abstand d abgetasteten Markierungen

Bild 3

Bild 3 soll verdeutlichen, dass bei einer zurückgelegten Wegstrecke von z. B. s = 2d genau N = 2 Marken abgetastet und so 2 Zählimpulse an das UND-Gatter geliefert werden.

Der Maßstab liefert im Abstand d Impulse. Der zurückgelegte Weg s beträgt:

$$x = N \cdot d \tag{1}$$

Zwischen der Frequenz f_x, mit der vom Maßstab die Impulse geliefert werden, der Torzeit T_N und der Zahl N, der vom Zähler erfassten Impulse, besteht der Zusammenhang:

$$f_x = \frac{N}{T_N} \tag{2}$$

Bewegt sich der Maßstab mit konstanter Geschwindigkeit v, lässt sich die Torzeit T_N mit Gl. (1) angeben abhängig von N, d und v.

$$v = \frac{x}{T_N} \quad \Rightarrow \quad T_N = \frac{x}{v} \quad mit\ x = N \cdot d$$
$$T_N = \frac{N \cdot d}{v} \tag{3}$$

Eingesetzt in Gl. (2) ergibt sich der gesuchte Zusammenhang:

$$f_x = \frac{N}{T_N} = \frac{N}{\frac{N \cdot d}{v}} = \frac{v}{d} \tag{4}$$

c) Berechnen Sie den Zählerstand N abhängig von der Frequenz f_x und der Referenzfrequenz f_0.

Bei der digitalen Frequenzmessung nach Bild 1 wird die Torzeit T_N von der Referenzfrequenz f_0 bestimmt.

$$T_N = \frac{1}{f_0} \tag{5}$$

Wird Gl. (2) nach N aufgelöst, ergibt sich mit Gl. (5), dass der Zählerstand N direkt vom Verhältnis der beiden Frequenzen f_x und f_0 abhängt.

$$N = f_x \cdot T_N = f_x \cdot \frac{1}{f_0} = \frac{f_x}{f_0} \tag{6}$$

d) Welcher Zusammenhang besteht schließlich zwischen der zu messenden Geschwindigkeit v und dem Zählerstand N abhängig von d und f_0?

Gl. (4) in Gl. (6) eingesetzt ergibt:

$$N = \frac{f_x}{f_0} = \frac{v / d}{f_0} \quad \Rightarrow \quad v = f_0 \cdot d \cdot N \tag{7}$$

e) Wie ist f_0 zahlenmäßig in Hz zu dimensionieren, damit die Geschwindigkeit v direkt in mm/s angezeigt wird? (d = 10 µm)

Der Zahlenwert der in mm/s zu messenden Geschwindigkeit v soll identisch mit dem abgelesenen Zählerstand N sein.

$$v = N \cdot mm / s \tag{8}$$

Gl. (7) nach f_0 aufgelöst und Gl. (8) eingesetzt gibt die Dimensionierung zu:

$$f_0 = \frac{v}{d \cdot N} = \frac{N \cdot mm / s}{d \cdot N} = \frac{mm}{s \cdot 0{,}01\, mm} = 100 \frac{1}{s} = 100\ Hz \tag{9}$$

f) Wie groß ist dann der relative Quantisierungsfehler $F_{Q\,rel} = \Delta v/v$ bei einem Zählerstand N?

Wegen der im Allgemeinen nicht vorhandenen Synchronisierung zwischen den Impulsen der Referenz f_0 und den Impulsen des Maßstabes, ist das Messergebnis N um den Zählerstand ± 1 (Quantisierungsfehler) unsicher.

$$F_{Q\,rel} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta N}{N} = \pm\frac{1}{N} \qquad (10)$$

Der absolute Fehler als sog. Quantisierungsfehler bleibt betragsmäßig konstant und hat den Wert 1, der relative Fehler nimmt mit steigendem Zählerstand N ab.

Wenn Sie als Radsportbegeisterter zur Kontrolle Ihrer Leistungsfähigkeit Ihr Rad mit einem digitalen Tacho ausgestattet haben, sind Sie bei hohem Tempo zwar im Sinne geringer Messfehler gut unterwegs, aber auf Grund der Physik keineswegs sicher!

g) Skizzieren Sie Verlauf $|F_{Q\,rel}|$ abhängig von N einmal in einem Diagramm mit doppelt logarithmischen Maßstab für einen Bereich N = 1 bis N = 1000 und dann in einem zweiten Diagramm mit doppelt linearem Maßstab für den kleineren Bereich N = 0 bis N = 200.

Der 1/x-Zusammenhang zwischen $F_{Q\,rel}$ und N nach Gl. (10) stellt im doppelt logarithmischen Zeichenmaßstab (Bild 4a) eine fallende Gerade und im doppelt linearen Maßstab (Bild 4b) eine Hyperbel dar. Für eine globale Beurteilung eignet sich die logarithmische Darstellung, indem der große Messbereich mit bis 100% Fehlern drastisch die möglichen Messfehler verdeutlicht. Messtechnisch akzeptable Fehler dagegen liegen höchstens im Bereich einiger Prozent bei einem entsprechen eingeschränkten nutzbaren Messbereich. Dementsprechend ist für derartige Beurteilung eine lineare Diagrammdarstellung vorteilhafter.

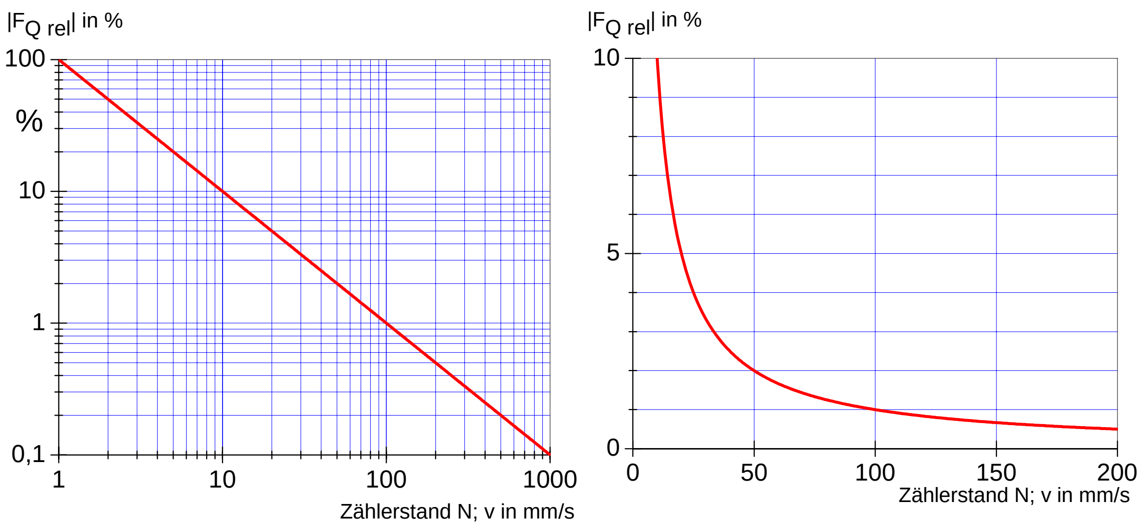


Bild 4 a *Bild 4 b*